

Nichtlineare Optik - Zusammenfassung

Teil der Laserphysik-Vorlesung bei Prof. Meiners

Inhalt

Nichtlineare Phänomene	2
Einleitung (Frequenzveränderung von Laserlicht).....	2
Nichtlineare Suszeptibilität	2
Wellenausbreitung in nichtlinearen Medien.....	4
Frequenzverdopplung (SHG : second harmonic generation).....	4
Optische Parametrische Oszillation/Verstärkung (OPO/OPA).....	8

Nichtlineare Phänomene

Einleitung (Frequenzveränderung von Laserlicht)

(ω) : Laserstrahl mit Frequenz ω

$$(\omega) + (\omega) \leftrightarrow (2\omega) + (\omega)$$

Frequenzverdopplung (ein Laser)

$$(\omega_1) + (\omega_2) \leftrightarrow (\pm\omega_1 \pm \omega_2) + (\omega_1) + (\omega_2)$$

Summen und Differenzfrequenzbildung

Die Rückrichtung($\leftarrow$) nennt man optische parametrische Oszillation (OPO)

Nichtlineare Suszeptibilität

Für isotrope Medien:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

D : dielektrische Verschiebung

E : Feldstärke

allgemein muß D nicht parallel zu E sein

ϵ ist ein Tensor

Anisotrop (immer noch linear!):

$$D_i = \epsilon_{ij} E_j \text{ (Summenkonvention)}$$

analog Polarisation P:

$$P_i = \epsilon_0 \chi_{ij} E_j$$

χ : Suszeptibilität

$\Rightarrow P \sim E$

Dies ist jedoch nur die erste Näherung!

Mit $a_1 E \ll 1$ ist real

$$P \sim E(1 + a_1 E + a_2 E^2 + \dots)$$

Betrachtung nur Frequenzverdopplung:

$$P_i = \epsilon_0 \chi_{ij} E_j + \epsilon_0 \chi_{ijk} \underbrace{E_j E_k}_{\text{Reihenfolge egal}}$$

χ_{ijk} : nichtlineare Suszeptibilität (Tensor 3. Stufe: 3x3x3-Matrix = 27 Elemente)

$\epsilon_0 \chi_{ijk}$ wird praktisch oft angegeben als: $2d_{ijk}$ (die zwei ist Konvention)

$$E \sim e^{\pm i\omega t}$$

$$E^2 \sim e^{i2\omega t} \text{ \& } e^0 \text{ (Gleichlichtanteil/-feld, ist konstant)}$$

$$E \sim e^{\pm i\omega_1 t} + e^{\pm i\omega_2 t} \quad E^2 \sim e^{ixt} \text{ mit } x = \begin{cases} \omega_1 + \omega_2 \\ \pm(\omega_1 - \omega_2) \\ 2\omega_1 \\ 2\omega_2 \\ 0 \end{cases}$$

Ob Medien den Effekt zeigen, ist abhängig von Symmetrien.

$$\text{Zentralsymmetrie: } d_{ijk} E_j E_k \stackrel{!}{=} -d_{ijk} (-E_j)(-E_k) \Rightarrow d_{ijk} = 0$$

Medien mit Zentralsymmetrie zeigen den quadratischen Effekt nicht, evt. jedoch höhere Ordnungen

Nichtlinearer Fall (bis 2. Ordnung):

$$P_i = \epsilon_0 \chi_{ij} E_j + \underbrace{2d_{ijk} E_j E_k}_{:=P_i^{NL}} \quad \text{NL : Nichtlinear}$$

Anharmonischer Oszillator:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \Gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x + ax^2 = F$$

Lichtwelle: Überlagerung von 2 Frequenzen:

$$F = \frac{q}{m} \left[E_1 (e^{-i\omega_1 t} + e^{i\omega_1 t}) + E_2 (e^{-i\omega_2 t} + e^{i\omega_2 t}) \right]$$

Störungsrechnung: $x = x^{(1)} + x^{(2)} + \dots$

Auslenkung x des Elektrons aus der Ruhelage entspricht el. Dipolmoment $\Rightarrow$ Suszeptibilität

Ansatz für 1. Ordnung: $x^{(1)} = x^{(1)}(\omega_1) + x^{(1)}(\omega_2) + cc$

Ansatz für 2. Ordnung: $x^{(2)} = x^{(2)}(\omega_1 + \omega_2) + x^{(2)}(\omega_1 - \omega_2) + x^{(2)}(2\omega_1) + x^{(2)}(2\omega_2) + x^{(2)}(0) + cc$
mit cc : konjugiert komplexes des Vorangegangenen

Wellenausbreitung in nichtlinearen Medien

Maxwell-Gl.,

P_{NL} einsetzen,

Vereinfachung auf eine Richtung,

$\Rightarrow$ DGL.

Lösungsansatz für E : Superponierung ebener Wellen mit verschiedenem ω

$$\text{SHG: } E(z, t) = E_\omega(z, t) + E_{2\omega}(z, t)$$

oder mit 2 verschiedenen Wellen:

$$E(z, t) = E_{\omega_1}(z, t) + E_{\omega_2}(z, t) + E_{\omega_3}(z, t)$$

Summe: $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ optische parametrische Oszillation

Differenz: $\omega_3 = \omega_1 - \omega_2$

Frequenzverdopplung (SHG : second harmonic generation)

Def.: **Phasenfehlanpassung (phase mismatch)**

$$\Delta k z = (k_{2\omega} - 2k_\omega) z$$

regelt, ob man beim Durchstrahlen des Mediums eine nennenswerte Konversion von ω nach 2ω hat.

$$\text{Phasengeschwindigkeit: } v_{ph,\omega} = \frac{\omega}{k_\omega} \quad v_{ph,2\omega} = \frac{2\omega}{k_\omega}$$

Wenn $v_{ph,\omega} = v_{ph,2\omega} \Rightarrow 2k_\omega = k_{2\omega}$ bzw. $\Delta k = 0$

Ist dies nicht der Fall $\Rightarrow$ Umwandlung von ω nach 2ω ist an Verschiedenen Orten nicht Phasengleich
 $\Rightarrow$ Auslöschung

$I_\omega \sim |E_\omega|^2$ der Proportionalitätsfaktor ist bei Dispersion frequenzabhängig: $I_\omega \sim n_\omega |E_\omega|^2$

Def. normierte Feldvariablen: $E'_\omega = \sqrt{n_\omega} \cdot E_\omega$

$$\text{Wechselwirkungslänge für die Erzeugung der 2. harmonischen: } l_{SHG} = \frac{\lambda_0 \sqrt{n_\omega n_{2\omega}}}{2\pi E_\omega(0)} \frac{2\epsilon_0}{d}$$

Manley-Rowe-Beziehung (Energiesatz): $\frac{d|E'_{2\omega}|^2}{dz} = -\frac{d|E'_\omega|^2}{dz}$

Phasenanpassung (phase matching):

für wirkungsvolle SHG (second harmonic generation) ist nötig:

$$\Delta k=0 \quad \text{oder} \quad n_\omega = n_{2\omega}$$

Definition **Kohärenzlänge**:

Welle mit 2ω sei maximal um π Phasenverschoben gegen die Welle mit ω

$$\text{d.h.: } k_{2\omega} l_c - 2 k_\omega l_c = \pi \quad (\text{manche Literatur verwendet } 2\pi)$$

$$\Leftrightarrow l_c = \frac{\lambda}{4 \cdot \Delta n}$$

$$\text{Beispiel: } \lambda=1\mu\text{m}, \Delta n=10^{-2} \Rightarrow l_c=25\mu\text{m}$$

d.h. schon nach $25\mu\text{m}$ sind die Wellen außer Phase

Konversionswirkungsgrad:

1)

$$\left| \frac{E'_{2\omega}(z)}{E'_\omega(0)} \right| = \frac{\sin^2(\Delta k \cdot z / 2)}{(\Delta k \cdot l_{SHG} / 2)} \sim \omega^2 d^2 z^2 \underbrace{E'_\omega(0)}_{\text{abh. von Intens.}} \frac{\sin^2(\Delta k \cdot z / 2)}{(\Delta k \cdot z / 2)}$$

d.h. es nützt nichts den Kristall möglichst lang zu machen, sondern es gibt immer periodisch Längen mit maximaler Konversion. Fig. 3.2 zeigt Messung bei Drehung eines solchen Kristalls

2) $\Delta k=0$ perfektes phase matching

$$\left| \frac{E'_{2\omega}(z)}{E'_\omega(0)} \right| = \tanh^2 \left(\frac{z}{l_{SHG}} \right) \xrightarrow{l \rightarrow \infty} 1$$

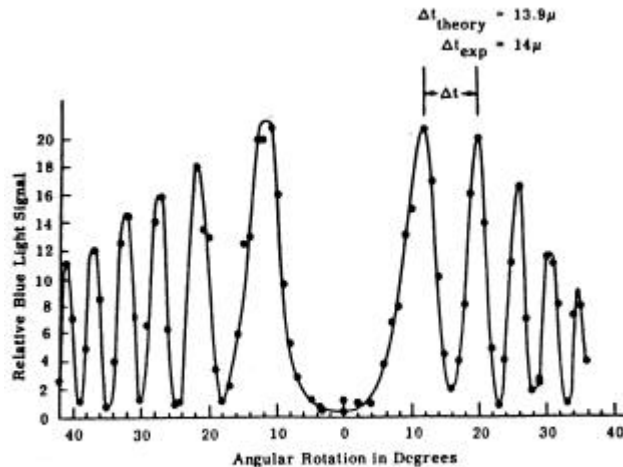


Figure 3.2 Variation of the output signal when the crystal is rotated. A similar figure results as a function of temperature. After Maker et al., *Phys. Rev. Lett.*, 8, 21 (1962).

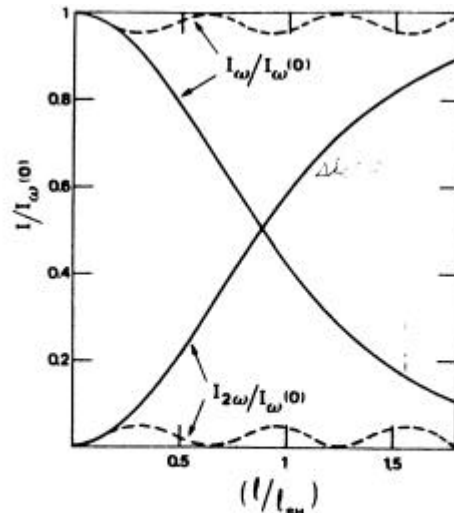


FIG. 8.11. Normalized plots of second-harmonic intensity $I_{2\omega}$ and fundamental intensity I_{ω} versus crystal length l for perfect phase-matching (continuous curves) and for a finite phase mismatch (dashed curves).

Realisierung des Phase matching ($\Delta k=0$, $n_o=n_{2\omega}$)

Beispiel: optisch einachsige Kristalle: Brechungsindex ist abh. vom Winkel zur optischen Achse des Kristalls
Winkelphasematching hat den Nachteil, daß der Winkel exakt eingehalten werden muß. Um die hohen Feldstärken zu erreichen fokussiert man jedoch, was mit Divergenz einhergeht (Winkel ist nicht fest).

Günstig wäre 90° Phasematching, was nur in Sonderfällen realisierbar ist
nur Berührung statt Schnitt der beiden Kurven (Fig. 16.5)
non kritikal phase matching

Die Temperaturabhängigkeit von ordentlichen und außerordentlichem Strahl sind unterschiedliche, so daß man damit ausgleichen kann.

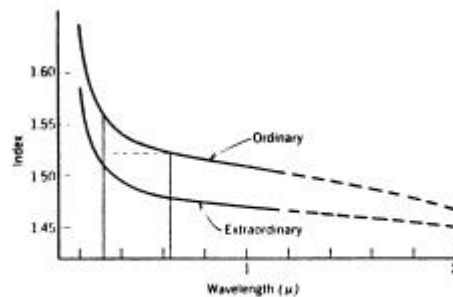


Figure 3.4 Dispersion in KDP, illustrating angle phase matching. The ordinary index at $6328 \text{ \AA}$ is larger than the extraordinary index at $3164 \text{ \AA}$, making phase matching possible for second harmonic generation with $6328 \text{ \AA}$ as the fundamental.

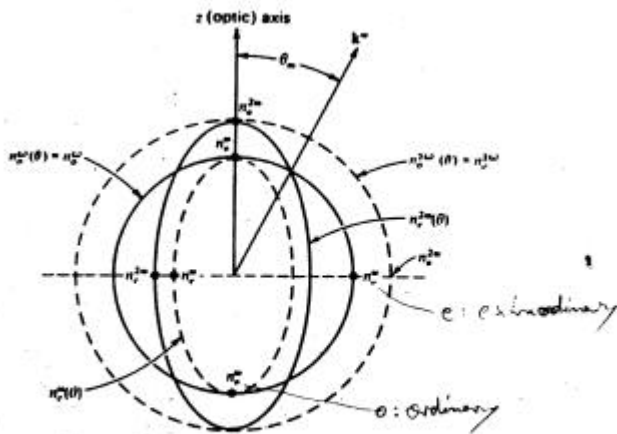


Figure 16.5 Normal (index) surfaces for the ordinary and extraordinary rays in a negative ($n_o < n_e$) uniaxial crystal. If $n_e^2 < n_o^2$, the condition $n_e^2(\theta) = n_o^2$ is satisfied at $\theta = \theta_m$. The eccentricities shown are exaggerated.

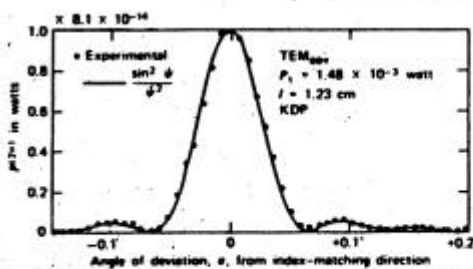
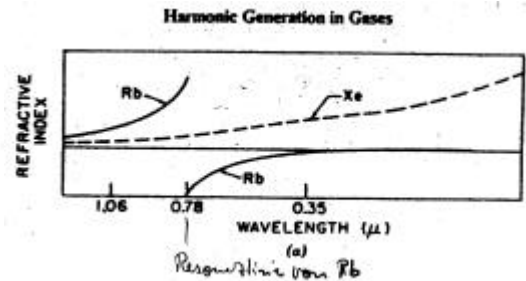


Figure 16.7 Variation of second harmonic power with σ , the angle between the fundamental beam, and the phase-matching direction. (After Ref. 10.)



Bezeichnung:

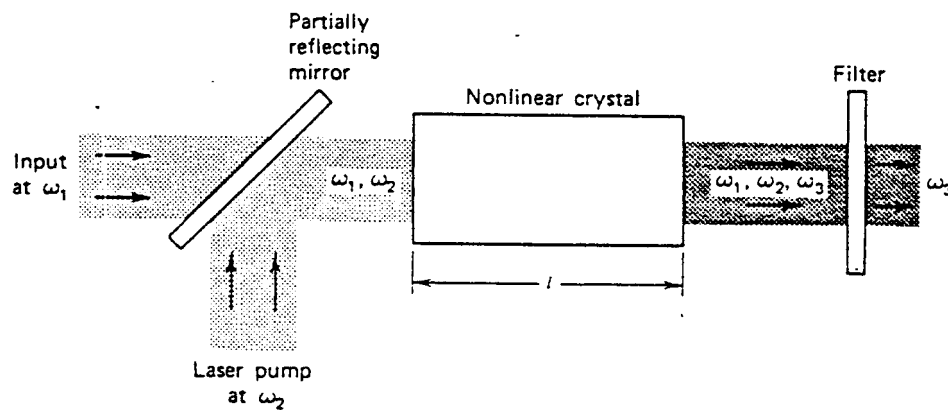


Figure 17.9 Parametric up-conversion in which a signal at ω_1 and a strong laser beam at ω_2 combine in a nonlinear crystal to generate a beam at the sum frequency $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$.

Erzeugung der 3. harmonischen, THG (third harmonic generation)

Hier ist gleicher Brechungsindex für ω und 3ω nötig.

Hier sind Gase als Medium möglich,

allgemein Stoffe mit Inversionszentrum

Optische Parametrische Oszillation/Verstärkung (OPO/OPA)

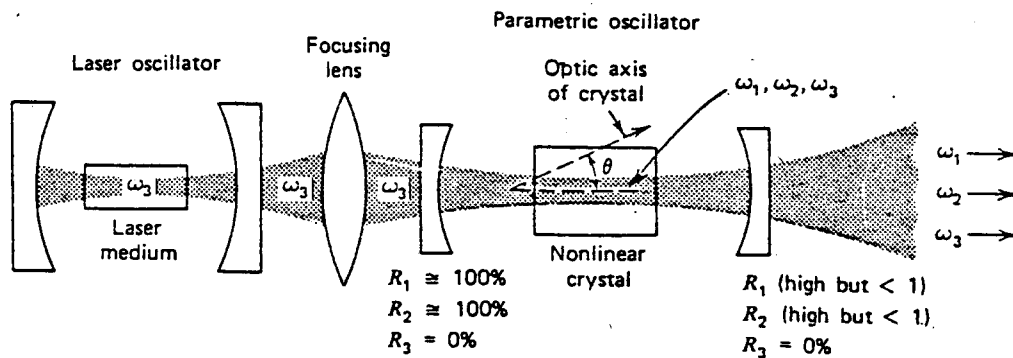


Figure 17.1 Schematic diagram of an optical parametric oscillator in which the laser output at ω_3 is used as the pump. The resulting gain gives rise to oscillations at ω_1 and ω_2 (where $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$) in an optical cavity that contains the nonlinear crystal and resonates at ω_1 and ω_2 .

Der rechte (Auskoppel-)Spiegel des Resonators, benötigt deshalb eine ausreichende Reflektivität für R_1 und R_2 , da eine gewisse Intensität von ω_1 und ω_2 benötigt wird, damit der Effekt sich verstärkt. Bei direktem Auskoppeln der beiden Wellenlängen ist deren Intensität geringer.

$$\omega_3 \rightarrow \omega_1 + \omega_2$$

$$\mathbf{k}_3 \rightarrow \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$$

Zwei Varianten:

1) Doppelt resonanter parametrischer Oszillator

Vorteil: geringe Leistung reicht zur Konversion: cw-Betrieb möglich

Nachteile: hohe Anforderung an coating der Spiegel,
Frequenzstabilität schlecht
d.h. frequency hopping, empfindlich gegen Spiegelverschiebungen

2) Einfach resonanter parametrischer Oszillator

hierbei muß nur die Bedingung für die beiden Frequenzen erfüllt sein Fig. 17.5

Vorteil:

- Anforderungen an coating nicht mehr so hoch
- Frequenzstabilität wie vom Laser gewohnt

Nachteil: höhere Intensitäten notwendig, da ein ω_1 -Strahl verloren geht $\Rightarrow$ Pulsbetrieb

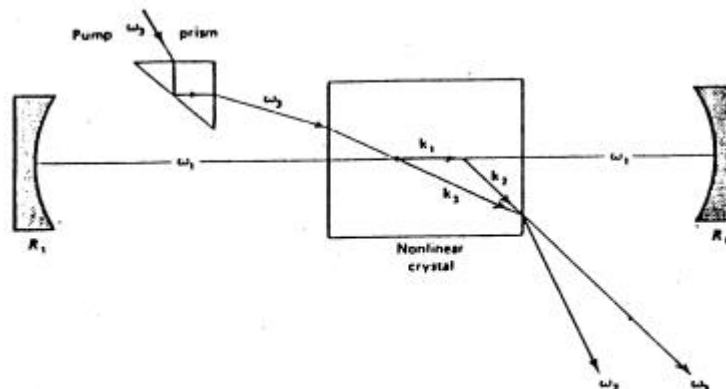


Figure 17.5 Singly resonant optical parametric oscillator with noncollinear phase matching. (After Ref. 7.)

ω_1 : signal wave

ω_2 : idler wave (idle=faul)

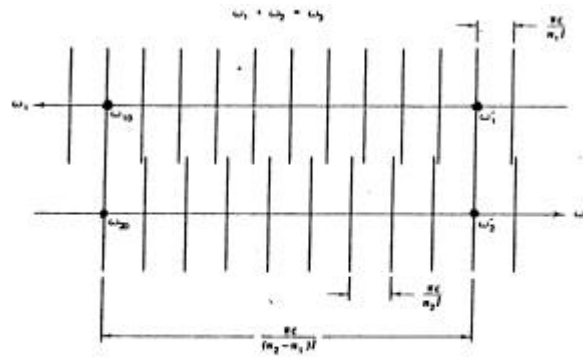


Figure 17.4 A construction illustrating how the oscillation phase conditions (17.2-18) can be satisfied simultaneously at both $(\omega_{id}, \omega_{sd})$ and at (ω_i', ω_j') . Note that the ω_i scale and ω_j scale increase in opposite directions so that at any position on this diagram $\omega_i + \omega_j = \omega_s$. The vertical lines correspond to the individual longitudinal resonances of the idler and signal frequencies.